

أولاً: حل التمارين الثلاثة الآتية:

(٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: أوجد التابع المشتق لكل تابع من التوابع الآتية:

$$f(x) = \frac{1 - \cos x}{\sin x + \cos x} \quad \text{②} \quad f(x) = x\sqrt{x^2 - 1} \quad \text{①}$$

التمرين الثاني: عيّن شعاعاً ناظماً على المستقيم d الذي معادلته: $d: 3x = y - 5$

ثم اكتب معادلة المستقيم Δ المار بالنقطة $A(1, 2)$ والعمودي على d

التمرين الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ المعرف على المجال $D = [-2, 2]$ ، و المطلوب:

①. أثبت أن f تابع زوجي واستنتج الصفة التناظرية لـ C

②. أوجد معادلة المماس للخط C الموازي لمحور الفواصل

③. احسب $f'(x) \cdot f(x) + 1$

ثانياً: أجب عن كل الأسئلة الثلاثة الآتية:

السؤال الأول: ليكن C الخط البياني للتابع $f(x) = \sqrt{x - 1} + x$ ، و المطلوب:

①. أوجد مجموعة تعريف f

②. أوجد معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها (5).

③. أوجد قيمة تقريبية لـ $f(2.2)$

السؤال الثاني: مستطيل $ABCD$ ، نقطة I من $[DC]$ معرفة كما في الشكل:

$$\text{①. أثبت أن: } (\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{DA})(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CB}) = \overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{DA}^2$$

$$\text{②. استنتج أن } \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 6 \text{ و } \cos(AIB) = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

السؤال الثالث: في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f :

①. أوجد مجموعة تعريف التابع D ومجموعة قيمه $f(D)$

②. أوجد $f'(1), f(1), f'(-2), f(-2)$

واكتب معادلة المماس Δ

③. أوجد مجموعة تعريف التابع $g(x) = \sqrt{f(x)}$

ثالثاً: حل كل من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع $f(x) = \frac{ax + b}{x - 1}$ المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ ، و المطلوب:

①. أوجد قيمة العددين الحقيقيين a و b إذا علمت أن الخط C يمر من النقطة $A(0, 3)$ ويقبل عندها مماساً ميله (-4)

②. بفرض $f(x) = \frac{x + 3}{x - 1}$ ادرس اطراد التابع f ونظم جدولاً بها

③. أثبت أن الخط البياني C متناظر بالنسبة للنقطة $B(1, 1)$

المسألة الثانية: ABC مثلث مساحته $5\sqrt{3}$ ، فيه $AB = 4$ و $BAC = 60^\circ$ ، و المطلوب:

①. احسب AC واستنتج أن $BC = \sqrt{21}$

②. احسب طول المتوسط المرسوم من الرأس A .

